

Licence 2ème année

Mention Mathématiques

Semestre 3

UE obligatoires

- Anglais
- [Intégration et équations différentielles](#) (3 ECTS)
- [Algèbre linéaire 2](#) (5 ECTS)
- [Topologie](#) (5 ECTS)
- [Suites et séries de fonctions](#) (5 ECTS)

2 UE optionnelles de mathématiques ou du domaine (10 ECTS) (consulter les pré-requis):

- [Statistiques](#) (5 ECTS)
- [Théorie des graphes](#) (5 ECTS)
- [Mécanique 1](#) (5 ECTS)
- Electrostatique-Magnétostatique (S3 Physique, 5 ECTS)
- Electronique 1 (S3 Physique, 5 ECTS)
- Structures de données (5 ECTS, Informatique)
- Programmation fonctionnelle (5 ECTS, Informatique)

Semestre 4, parcours Mathématiques

UE obligatoires (17 ECTS) :

- [Calcul différentiel](#) (5 ECTS)
- [Analyse numérique 1](#) (5 ECTS)
- [Algèbre linéaire 3](#) (5 ECTS)
- Anglais (2 ECTS)

UE optionnelles (13 ECTS):

- [Probabilités](#) (5 ECTS)
- [Géométrie 1](#) (5 ECTS)
- [Mécanique 2](#) (5 ECTS)
- [Modélisation et Application Numérique](#) (5 ECTS)
- [Matlab](#) (5 ECTS)
- Signaux et Systèmes (S4 Physique, 5 ECTS)

- Option libre S4
- Optique ondulatoire (S4 Physique, 5 ECTS)
- Langage formels (S2 Informatique, 5 ECTS)
- Algorithmique des Graphes (S2 Informatique, 5 ECTS)
- Ondes et Vibration (S2 Physiques, 3 ECTS)
- Mécanique des systèmes de points (S4 Physique, 5 ECTS)
- Mécanique du solide et des fluides (S5 Physique, 5 ECTS)
- ou UE du domaine

Semestre 4, Parcours pluridisciplinaire Scientifique

UE obligatoires (17 ECTS) :

- [Modélisation et Application Numérique](#) (5 ECTS)
- [Calcul Différentiel](#) (5 ECTS)
- Mécanique des systèmes de points (S4 Physique, 5 ECTS)
- [Intégrations et équations différentielles](#) (3 ECTS)
- Anglais S4 (2 ECTS).

UE optionnelles (10 ECTS) :

- Ondes et Vibrations (Physique, 3 ECTS)
- Mécanique du solide et des fluides (S5 Physique, 5 ECTS)
- Signaux et Systèmes (S5 Physique)
- Capteurs et Instrumentation (S4 Physique, 2 ECTS),
- Algorithmique des Graphes (S2 Informatique, 5 ECTS)
- ou UE du domaine.

De plus chaque étudiant bénéficie de services numérique via son espace numérique de travail (ENT) où il peut consulter sa messagerie électronique, son dossier personnel, ses résultats d'examens. Il sera par ce biais informé de la vie universitaire et étudiante. Il aura également accès à des documents numériques pédagogique et administratif.

Algèbre linéaire 2. CM 20h, TD 30h. 5 ECTS.

- *Révisions d'algèbre linéaire sur un corps K* : espace vectoriel, dimension, application linéaire, matrice.
- *Applications multilinéaires. Déterminants* :
 - Formes n -linéaires alternées. Déterminant de n vecteurs dans une base. Critère d'indépendance. Déterminants d'un endomorphisme, du composé de deux endomorphismes. Caractérisations des automorphismes.
 - Déterminant et aire d'un parallélogramme.
 - Déterminant d'une matrice carrée. Mineurs. Cofacteurs. Développement suivant une ligne ou une colonne.
 - Applications des déterminants. Expression de l'inverse d'une matrice. Formule de Cramer. Résolution de systèmes linéaires.
- *Réduction des matrices carrées* :
 - Valeurs propres, vecteurs propres d'un endomorphisme et d'une matrice carrée. Sous-espaces propres. Polynôme caractéristique. Trace d'un endomorphisme. Théorème de Cayley-Hamilton.
 - Polynôme minimal. Sous-espaces caractéristiques.
 - Réduction d'une matrice carrée. Diagonalisation. Tridiagonalisation.
 - Applications: récurrence linéaire, résolution de systèmes différentiels linéaires.

Topologie. CM 20h, TD 30h. 5 ECTS.

Objectifs Pédagogiques :

Il s'agit principalement de décrire les résultats fondamentaux concernant les parties de \mathbb{R}^n et les fonctions continues entre ces parties.

Le vocabulaire de topologie générale sera présenté dans le cadre métrique et pourra être mentionné comme cadre ultérieur de travail plus approfondi.

Programme :

- *Notion d'espace, de sous-espace métrique et d'espaces vectoriels normés.* Normes usuelles sur \mathbb{R}^n . Distances équivalentes, produit fini d'espaces métriques. Suite convergente. Espaces métriques complets, complétude de \mathbb{R}^n . Parties complètes. Application : théorème de point fixe de Picard.
- *Parties d'un espace métrique:* Boules, ouverts, fermés, intérieur, adhérence, voisinage.
- *Fonctions entre espaces métriques:* Limite ponctuelle, utilisation des suites, composition, opérations. Continuité, homéomorphisme. Continuité uniforme et prolongement par continuité. Exemple des applications lipschitziennes et des applications linéaires continues.
- *Espaces connexes.* Composantes connexes. Connexité par arcs. Cas des parties convexes d'un espace vectoriel normé. Applications localement constantes.
- *Espaces compacts.* Diverses caractérisations: séquentielle compacité, axiome des recouvrements finis, précompacité et complétude. Valeur d'adhérence, point d'accumulation. Image d'un compact par une application continue, compacité et fermeture, plongement d'un espace compact, produit fini d'espaces compacts, fermé borné de \mathbb{R}^n . Cas métrique : Uniforme continuité sur un compact. Fonctions numériques réelles continues sur un compact. Application: Equivalence des normes dans \mathbb{R}^n .

Suites et séries de fonctions. CM 20h, TD 30h. 5 ECTS.

- *Suites de fonctions.* (Fonctions définies sur \mathbb{R} à valeurs réelles ou complexes)
Convergence simple, uniforme, critère de Cauchy uniforme. Propriétés de la limite d'une suite de fonctions : Théorème de continuité, interversion de limites, intégrabilité, dérivabilité.
- *Séries de fonctions.* (Fonctions définies sur \mathbb{R} à valeurs réelles ou complexes)
Convergence simple, uniforme, critère de Cauchy uniforme. Convergence normale. Propriétés de la somme : continuité, limite en un point, intégrabilité, dérivabilité.
- *Séries entières.* Rayon de convergence, définition, détermination pratique. Propriétés de la convergence sur le disque de convergence. Opérations algébriques sur les séries entières. Dérivabilité, intégrabilité de la somme d'une série entière. Fonctions analytiques, propriétés. Fonctions analytiques usuelles. Applications à la résolution d'équations différentielles usuelles.
- *Séries de Fourier.* Une introduction.

Théorie des graphes. CM 20h, TD 20h, TP 10h. 5 ECTS.

Objectifs Pédagogiques :

Acquérir des connaissances élémentaires en théorie des graphes.

Programme :

Graphes orientés, non orientés, eulériens, hamiltoniens. Plus court chemins. Composantes connexes. Matrices d'adjacence. Nombre de chemin de longueur n . Algorithme de PageRank. Graphes planaires. Théorème des 5 couleurs.

Statistique. CM 20h, TD 20h, TP 10h. 5 ECTS.

Objectifs Pédagogiques :

Cet enseignement doit permettre d'acquérir une culture de base en statistique et en calcul des probabilités, de développer le sens critique nécessaire à la compréhension de présentations ou travaux basés sur des études statistiques, de maîtriser les outils et techniques de base, de savoir choisir les outils adéquats pour le traitement des données. La statistique faisant largement appel aux calculs et à la représentation des données, les applications se feront à l'aide d'un tableur.

Programme :

- Echantillonnage, estimation, estimateur et intervalle de confiance d'une moyenne, d'une variance, d'une proportion.
- Notion de test statistique. Tests de conformité. Tests d'homogénéité. Tests de khi-deux d'ajustement et d'indépendance. Tests non paramétriques.
- Introduction à l'analyse des données. Régression linéaire simple, régression multiple, modèle linéaire général. Analyse de la variance.

Mécanique 1. CM 20h, TD 30h, 5 ECTS.

Objectifs Pédagogiques :

Acquérir des connaissances classiques en Mécanique.

Programme :

- Rappels d'algèbre vectorielle, champ de vecteurs, observateurs et repère, cinématique du point, cinématique du solide, centre d'inertie, torseur cinétique, torseur dynamique, énergie cinétique, actions mécaniques, principe fondamental de la statique.
- Intégrale première, théorème de l'énergie cinétique dans le mouvement par rapport à un repère galiléen et non galiléen, équation de Lagrange, équilibre, stabilité et linéarisation, vibration d'un système à un ou deux degrés de liberté.

Algèbre linéaire 3 : Espaces euclidiens et hermitiens (Obligatoire).

CM 20h, TD 30h. 5 ECTS.

- Dualité, formes quadratiques.
- Espaces vectoriels euclidiens : (Espaces vectoriels réels de dimension finie, munis d'une forme bilinéaire symétrique, positive, non dégénérée).
 - Produit Scalaire. Inégalité de Cauchy-Schwarz, inégalité triangulaire, norme euclidienne. Existence de bases orthonormales (Méthode de Schmidt). Sous-espaces orthogonaux. Projections et symétries orthogonales.
 - Groupe orthogonal d'un espace vectoriel euclidien. Groupe spécial orthogonal (rotations). Matrices orthogonales $O(n)$ et $SO(n)$. Changement de bases orthonormales. Etude des groupes $O(2)$, $O(3)$, $SO(3)$.
- Espaces hermitiens. Groupe unitaire.
 - Formes sesquilinéaires. Formes hermitiennes.
 - Espaces préhilbertiens. Groupe unitaire. Endomorphismes hermitiens.
 - Matrices hermitiennes. Diagonalisation des matrices symétriques réelles et hermitiennes.

Calcul Différentiel. CM 20h, TD 30h. 5 ECTS.

Objectifs Pédagogiques

Décrire les principaux résultats concernant les fonctions de classe C^k entre ouvert de \mathbb{R}^n et de \mathbb{R}^p , ou plus généralement entre ouverts d'espaces vectoriels normés.

Programme

Dérivée d'une fonction de \mathbb{R} dans \mathbb{R}^p . théorème des accroissements finis.

Dérivées partielles d'une application de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R}^p . Fonctions de classe C^k (le cadre des EVN pourra être mentionné brièvement).

Formule de Taylor d'ordre 1 et différentiabilité d'une fonction de classe C^1 .

Matrice et déterminant jacobiens, dérivées partielles d'une composée.

Théorème de Schwarz.

Formules de Taylor. Extrema locaux. Conditions nécessaires du premier et du second ordre.

Difféomorphismes. Théorèmes d'inversion locale (pourra être admis).

Fonctions implicites. Dérivées successives des fonctions implicites. Applications aux sous-variétés de \mathbb{R}^d (point de vue pratique), plan tangent, extrema et extrema liés.

BIBLIOGRAPHIE : P. Donato, Calcul différentiel pour la licence, Eds Dunod.

Analyse Numérique 1. CM 20h, TD 20h, TP 10h. 5 ECTS.

Objectifs Pédagogiques :

Apprendre l'analyse numérique de base.

Programme :

- Approximation polynomiale : Interpolation de Lagrange, moindres carrés.
- Résolution de $f(x)=0$.
- Calcul approché d'intégrale. Formules de quadratures élémentaires : rectangles, Simpson.

BIBLIOGRAPHIE :

- Schatzman, analyse numérique.
- Demailly, analyse numérique et EDO.

Probabilités. CM 20h, TD 30h. 5 ECTS.

Dénombrements. Espaces probabilisés : événement, probabilité, conditionnement, indépendance. Variables aléatoires discrètes et à densité : lois usuelles, espérance, variance, couples de variables aléatoires. Convergences : approximation de lois, convergence en loi et en probabilité, théorème de la limite centrale, loi faible des grands nombres.

Géométrie 1. CM 20, TD 30h. 5 ECTS.

Objectifs Pédagogiques :

Revoir les résultats de l'algèbre linéaire et bilinéaire en les utilisant en géométrie. S'initier à la géométrie affine et euclidienne, en vue du Capes et de l'agrégation.

Programme :

- *Géométrie euclidienne en dimension 2 et 3* : Les isométries vectorielles et affines en dimension 2 et 3, classification des isométries vectorielles et affines en dimension 2 et 3; matrices des isométries vectorielles; points fixes, décomposition en produit de réflexions ou de demi-tours. Similitudes du plan; représentation à l'aide des nombres complexes.
- *Géométrie affine* : Espace affine, espace vectoriel associé, applications affines, barycentres. Repère affine, sous-espace affine, parallélisme. Projections, symétries, homothéties et translations; affinité. Notion de propriété affine

Scilab. CM 10h, TD 20h, TP 20h. 5 ECTS.

Objectifs Pédagogiques :

Apprendre à utiliser le logiciel Scilab pour résoudre des problèmes de mathématiques.

Programme :

Notions de programmation de base. Représentation des nombres en machines, instructions de base: boucles for, if, while etc. Apprentissage des commandes graphiques de Scilab.

Applications aux résultats d'analyse, d'algèbre ou d'autres modules des semestres précédents ou en cours. Par exemple : calcul des premiers termes d'une suite pour visualiser son comportement à l'infini (suites classiques, suites de Fibonacci). Illustration de la convergence simple et uniforme de séries de fonctions grâce à des graphiques. Programmation de la méthode de Gauss pour résoudre un système linéaire. Etc. ... Toutes les notions vues en L1 et L2 et qui peuvent être illustrées grâce à Scilab sont au programme de ce module.

Modélisation et Application Numérique. CM 20h, TD 20h, TP 10h.5 ECTS.

Objectifs Pédagogiques :

Familiariser l'étudiant à l'approche numérique de certains problèmes issus de la physique, en utilisant des méthodes numériques assez simples dont les algorithmes sont analysés en cours et leurs programmations réalisées en TP.

Programme :

Analyse d'un réseau électrique, flambage d'une poutre, les équations de Bessel, Dynamique des populations et suites numériques de type $x_{(n+1)}=f(x_n)$, programmation sous Matlab (méthode élémentaire d'Euler).

Intégration et équations différentielles. CM 10h, TD 10h, TP 10h. 3 ECTS.

Objectifs Pédagogiques :

Connaître les méthodes de base d'intégrations et des équations différentielles

Programme :

- Rappels et compléments sur les intégrales et Intégrales généralisées (intégration par parties, changement de variables, cas des fractions rationnelles).
- Equations différentielles linéaires et s'y ramenant.
- Notions sur les équations différentielles non linéaires.
- Equations différentielles et les séries entières.
- Equations de Bessel.